

文章编号: 1000-8055(2005)02-0230-06

纤维增强复合材料有效性能分散性

宋迎东, 孙志刚, 高希光

(南京航空航天大学 能源与动力学院, 江苏 南京 210016)

摘要: 利用改进算法的宏-细观统一通用单胞本构模型, 采用Monte-Carlo方法研究了不同纤维形状、不同纤维排列方式以及纤维体积含量对纤维增强复合材料弹性模量、泊松比和热膨胀系数的分散性的影响。研究结果表明: 复合材料有效性能的分散性小于组分的分散性。随着纤维体积比的增加, 纵向有效性能的分散性加大; 而横向有效性能除了椭圆形纤维的短轴方向的热膨胀系数之外, 其它性能的分散性则都是下降趋势。纤维截面形状和排列方式对纵向性能的分散性几乎没有影响。方形和圆形纤维时, 横向性能的分散性几乎相同, 而椭圆形纤维时, 则与它们有明显的差别。不同纤维排列方式下, 横向性能的分散性都是不一样的。对于 E_{11} 和 G_{12} , 六角形和方形对角排列时其分散性较大, 而矩形排列引起的分散性最小。随着纤维体积比的增加, 不同排列方式下, 横向热膨胀系数的分散性趋近于一致。本文得到的结论为复合材料及结构的概率设计提供了重要的参考。

关键词: 航空、航天推进系统; 纤维增强复合材料; 有效性能; 分散性; 本构模型

中图分类号: TB330; O342

文献标识码: A

Research on Discrepancy of Fiber Reinforced Composite Effective Performance

SONG Ying-dong, SUN Zhi-gang, GAO Xi-guang

(College of Energy and Power Engineering,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Discrepancies of elastic modulus, Poisson ratios and thermal expansion coefficients of fiber reinforced composites were investigated using the constitutive model of Cell and Monte-Carlo method. The results indicate that the discrepancies of fiber reinforced composite effective performance are smaller than the ones of their elements. With the increase of the percentage of fiber volume, the discrepancies of longitudinal effective performance increase, but that of transverse effective performances decrease, except the thermal expansion coefficient in the short-axial direction. The fiber shapes and packing arrays have little effect on the discrepancies of longitudinal effective performance. Composites with hexagonal section fibers and square cross section fibers have the same discrepancies of transverse effective performance. Different fiber packing arrays give different discrepancies. The presented conclusions in this paper are very useful to probabilistic design of composites.

Key words: aerospace propulsion system; fiber reinforced composites;

收稿日期: 2004-03-05; **修订日期:** 2004-07-15

基金项目: 航空科学基金资助项目(01C52017)

作者简介: 宋迎东(1969-), 男, 安徽太湖人, 南京航空航天大学能源与动力学院教授, 博士生导师, 主要从事航空宇航推进系统结构强度与振动研究

effective performances; discrepancy; constitutive model

金属基和陶瓷基复合材料具有较高的比强度、比刚度以及良好的抗蠕变、耐高温等性能,因此在航空航天领域具有十分广阔的应用前景。然而,复合材料的性能往往表现出较大的分散性,其分散性通常与细观结构,如纤维和基体的分散性、界面相特性、基体缺陷、纤维的体积分数有关。

采用有限元法对代表性体积元进行应力应变场的分析,然后根据均匀化理论获得复合材料的总体性能的有限元计算细观力学法是目前求解复合材料性能较为有效的方法^[1]。然而,任何细观结构的微小变化均将导致有限元网格的重新划分,因此利用有限元计算细观力学法来研究细观结构对复合材料分散性的影响在计算时间与效率上将有极大的障碍。由美国NASA在上个世纪90年代提出的通用单胞模型(Generalized Method of Cells 以下简称GMC)^[2]已经成为NASA高性能复合材料及结构设计和强度分析的重要方法。该模型具有宏、细观统一的特点,能够直接从细观几何结构导出复合材料有效性能。作者在文献[3~7]中较早开展了跟踪和进一步发展的研究工作。以往的研究中采用了基于应变为未知量的计算方法,当代表性体积元划分的子胞数为 $N_\beta \times N_\gamma$ 时,求解过程中最大矩阵规模为 $6N_\beta N_\gamma \times 6N_\beta N_\gamma$,同时对该矩阵还要进行求逆运算,因此计算效率很低,如用 14×14 子胞模拟纤维时,计算时间要3h以上,因此也难以分析复杂形状纤维结构和排列方式对复合材料有效性能的影响。本文引入基于应力为未知量的改进算法,并在文献[3~7]研制的计算软件基础上,引入了改进算法,极大地提高了计算效率,从而为分析细观结构对复合材料分散性的影响奠定了基础。利用改进算法和软件,采用直接Monte-Carlo方法,计算分析了纤维和基体弹性模量、热膨胀系数随机时,不同纤维形状和不同纤维细观排列方式对复合材料有效性能分散性的影响,为复合材料的概率设计提供重要参考。

1 改进算法的宏-细观统一本构模型

(1) 假设纤维按周期分布,这样只要考虑某个代表性体积元(REV),将这个单元划分为 $N_\beta \times N_\gamma$ 个子胞(如图1所示)。

(2) 子胞内线性位移假设假设:第 (β, γ) 子胞

内的位移为:

$$u_i^{(\beta\gamma)} = w_i^{(\beta\gamma)} + \overline{x_2^{(\beta\gamma)}} \varphi_i^{(\beta\gamma)} + \overline{x_3^{(\beta\gamma)}} \psi_i^{(\beta\gamma)} \quad i = 1, 2, 3 \tag{1}$$

其中 $\varphi_i^{(\beta\gamma)}$ 和 $\psi_i^{(\beta\gamma)}$ 为与子胞有关的常量。图1中 x_1 表示纤维伸展方向。在各子胞内建立局部坐标系 $(x_1, \overline{x_2^{(\beta\gamma)}}, \overline{x_3^{(\beta\gamma)}})$ 。

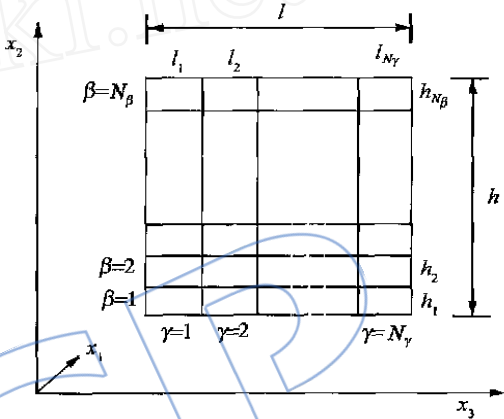


图1 $N_\beta \times N_\gamma$ 个子胞的RVE
Fig. 1 RVE with $N_\beta \times N_\gamma$ subcells

(3) 考虑热应变时其本构关系为:

$$\epsilon^{(\beta\gamma)} = S^{(\beta\gamma)} \sigma^{(\beta\gamma)} + \alpha^{(\beta\gamma)} \Delta T \tag{2}$$

(4) 复合材料的平均应力、应变为:

设子胞的平均应力、应变分别为: $\overline{\sigma}^{(\beta\gamma)}$ 和 $\overline{\epsilon}^{(\beta\gamma)}$, 则复合材料的平均应力、应变为:

$$\overline{\sigma} = \frac{1}{hl} \sum_{\beta=1}^{N_\beta} \sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} h_\beta l_\gamma \overline{\sigma}^{(\beta\gamma)} \tag{3}$$

$$\overline{\epsilon} = \frac{1}{hl} \sum_{\beta=1}^{N_\beta} \sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} h_\beta l_\gamma \overline{\epsilon}^{(\beta\gamma)} \tag{4}$$

(5) 位移和应力连续条件

各子胞边界以及RVE边界的位移应该连续,这里只要求位移的均值连续,即采用弱化的位移边界条件:

$$\begin{aligned} \frac{1}{l_\gamma} \int_{l_\gamma/2}^{3l_\gamma/2} u_{i(\beta,\gamma)} \left(\frac{h_\beta}{2}, \overline{x_3} \right) d\overline{x_3} &= \\ \frac{1}{l_\gamma} \int_{l_\gamma/2}^{3l_\gamma/2} u_{i(\beta+1,\gamma)} \left(-\frac{h_{\beta+1}}{2}, \overline{x_3} \right) d\overline{x_3} & \\ (i = 1, 2, 3; \quad \beta = 1, 2, \dots, N_\beta; \quad \gamma = 1, 2, \dots, N_\gamma) & \end{aligned} \tag{5a}$$
$$\frac{1}{h_\beta} \int_{h_\beta/2}^{3h_\beta/2} u_{i(\beta,\gamma)} \left(\overline{x_2}, \frac{l_\gamma}{2} \right) d\overline{x_2} =$$

$$\frac{1}{h_{\beta}} \int_{h_{\beta}/2}^{\beta/2} u_i^{(\beta, \gamma+1)} \left(\frac{x_2}{2}, -\frac{ly+1}{2} \right) dx_2$$

$$(i = 1, 2, 3 \ ; \ \beta = 1, 2, \cdots, N_{\beta} \ ; \ \gamma = 1, 2, \cdots, N_{\gamma}) \tag{5b}$$

应力边界条件为:

$$\sigma_{2j}^{(\beta \gamma)} = \sigma_{2j}^{(\beta+1, \gamma)}$$

$$(\beta = 1, 2, K, N_{\beta} - 1 \ ; \ \gamma = 1, 2, K, N_{\gamma} \ ; \ j = 1, 2, 3) \tag{6a}$$

$$\sigma_{3j}^{(\beta \gamma)} = \sigma_{3j}^{(\beta+1, \gamma)}$$

$$(\beta = 1, 2, K, N_{\beta} \ ; \ \gamma = 1, 2, K, N_{\gamma} - 1 \ ; \ j = 1, 2, 3) \tag{6b}$$

利用子胞的本构方程对弱化的位移连续条件改造, 整理后可以将子胞平均应力 $\bar{\sigma}^{(\beta \gamma)}$ 表示为复合材料总体应变 $\bar{\epsilon}$ 的函数, 再利用第 (3)、(4) 式, 就可以得到^[8, 9]:

$$\sigma = C \epsilon + \Gamma \Delta T \tag{7}$$

其中: C 为复合材料的弹性本构矩阵, Γ 为复合材料的热膨胀系数矩阵, 它们均是子胞几何尺寸 h_{β} , ly 和组分材料性能的函数。

上述改进算法的中最大的矩阵只有 $(N_{\beta} + N_{\gamma}) + (N_{\beta} + N_{\gamma})$, 与原始算法^[4-6]相比较计算速度得到了大大提高^[8]。因此, 采用改进算法能够计算单胞数目的规模可以得到很大的提高, 这样就可以采用较多的子胞来精确的模拟各种复杂形状的纤维和排列方式, 也为直接Monte-Carlo 方法进行分散性的影响奠定了基础。

2 复合材料有效性能分散性研究

表 1 为某陶瓷基复合材料组分性能参数, 弹性模量和热膨胀系数均服从正态分布, 泊松比为常数。定义: 变异系数= 标准差/均值, 它真实地反映了分散性的大小。表中纤维和基体弹性模量的

表1 复合材料组分的性能
(括号中的数据为标准差)

Table 1 Performances of elements of composite		
	纤维	基体
E/GPa	390(56.6)	110(15.95)
泊松比 μ	0.17	0.22
热膨胀系数 α	4.1×10^{-6} (2.3×10^{-6})	2.9×10^{-6} (1.6×10^{-6})

变异系数均为 0.145, 热膨胀系数的变异系数分别为 0.561 和 0.551。

采用Monte-Carlo 方法进行分散性的计算。首先, 利用反函数法抽样生成了 10 000 组服从纤维和基体给定分布的弹性模量、泊松比以及热膨胀系数的数据; 然后, 以此作为改进算法的 GMC 模型计算软件的输入, 计算得到 10 000 组复合材料的有效性能数据; 最后, 对计算得到的有效性能数据进行统计处理。

按照上述方法分别计算了 0.25, 0.30, 0.35, 0.40 和 0.45 等 5 种不同纤维体积比下, 不同几何形状纤维以及不同纤维排列方式下有效性能的分布情况。

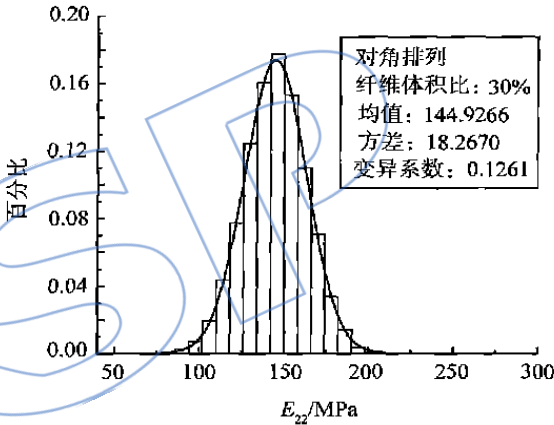


图2 方形对角排列下纤维体积比为 30% 时 E_{22} 的分布

Fig 2 distribution of E_{22} with 30% fiber and square diagonal pack

从统计结果可得出, 当组分的性能为正态分布时, 复合材料有效性能也是正态分布。如图 2 为椭圆形纤维, 体积比为 30%、方形排列下横向弹性模量 E_{22} 的计算分布曲线, 经过检验为正态分布。

2.1 纤维几何形状对分散性的影响

计算中考虑了方形、圆形和椭圆形 3 种不同截面几何形状的纤维。为了研究子胞数目对计算结果的影响, 分别用 7×7 , 14×14 个子胞来模拟圆形纤维。

2.1.1 对纵向弹性模量 E_{11} 分散性的影响

图 3 表明纤维体积比对复合材料分散性的影响规律与方向有关。纤维形状对纵向性能分散性几乎没有影响, 随纤维体积比的增加纵向性能如弹性模量 E_{11} 和热膨胀系数 α 的分散性上升, 如

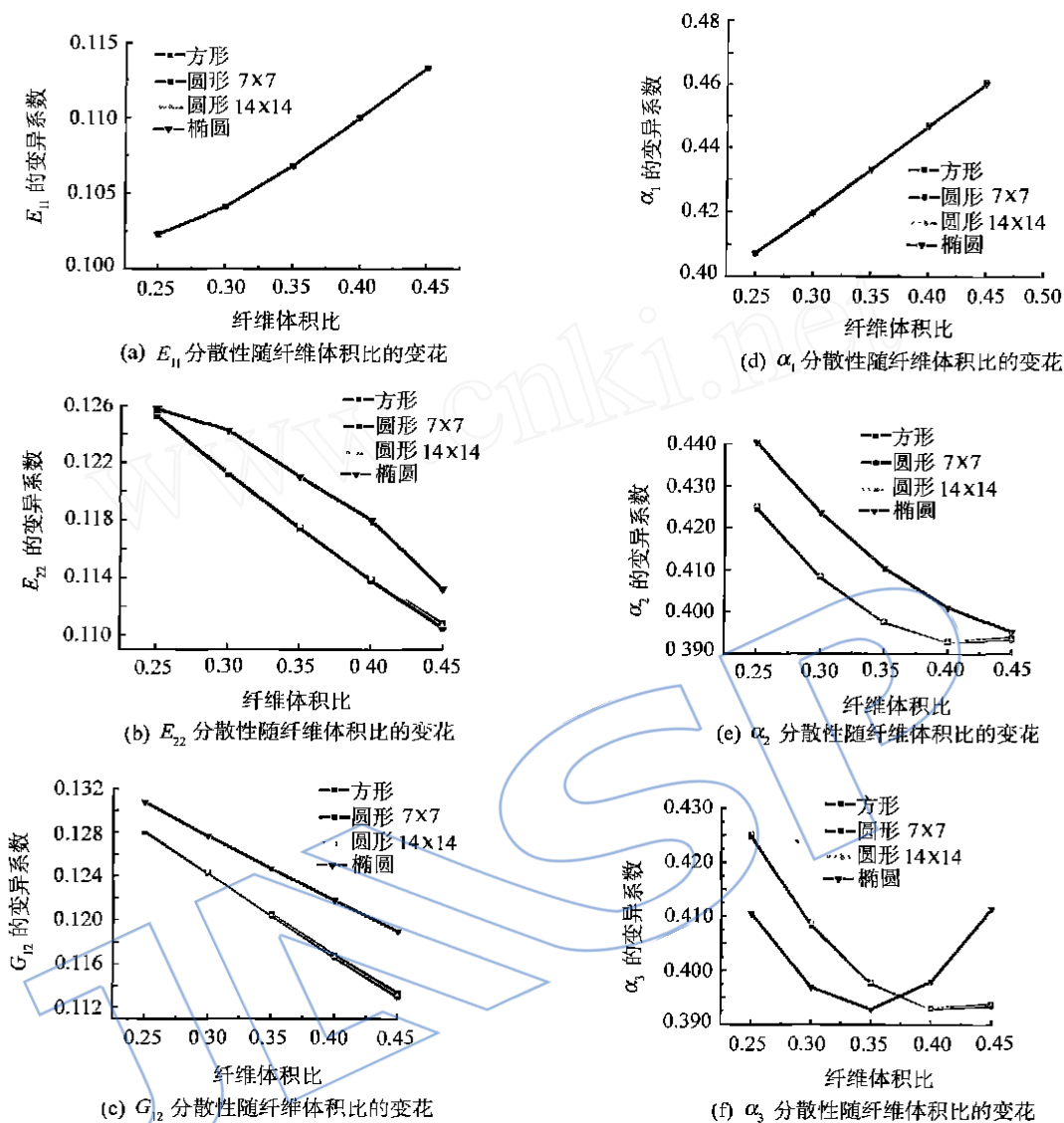


图3 纤维形状对复合材料分散性的影响

Fig 3 effect of fiber shape on distribution of composite mechanical performance

图3(a)和(d)。

2.1.2 对横向弹性模量 E_{22} 分散性的影响

横向弹性模量分散性随着纤维体积比的增加分散性而下降。方形和圆形纤维时, 横向弹性模量分散性基本相等。而椭圆形纤维时, 横向弹性模量的分散性与方形和圆形是不一致的, 在椭圆的长轴方向(x_2 方向), 分散性比方形和圆形的大。

2.1.3 对纵横剪切模量 G_{12} 分散性的影响

纵横剪切模量分散性随着纤维体积比的增加分散性而下降。方形和圆形纤维时, 分散性几乎相等。而椭圆形纤维时, 纵横剪切模量的分散性与方形和圆形不一致, 在椭圆的长轴方向, 分散性比方形和圆形的大。

2.1.4 热膨胀系数分散性的影响

横向热膨胀系数 α_2 随着纤维体积比的增加分散性下降。方形和圆形纤维时, α_2 的分散性几乎相等。椭圆形纤维时, 纤维横向热膨胀系数 α_2 和 α_3 是不一样的, 椭圆的长轴方向(x_2 方向)热膨胀系数分散性随体积比单调下降, 而在短轴方向则是先下降后上升(x_3 方向)。

从图3 还可以看出, 采用不同子胞模拟圆形纤维时, 对计算结果几乎没有影响。因此在计算复合材料有效性能时, 不必采用很多子胞来模拟纤维形状, 以节约计算时间。

2.2 排列方式对分散性的影响

考虑纤维排列方式有方形排列、方形对角(方形转动45°)排列、六角形排列(或称正三角形排

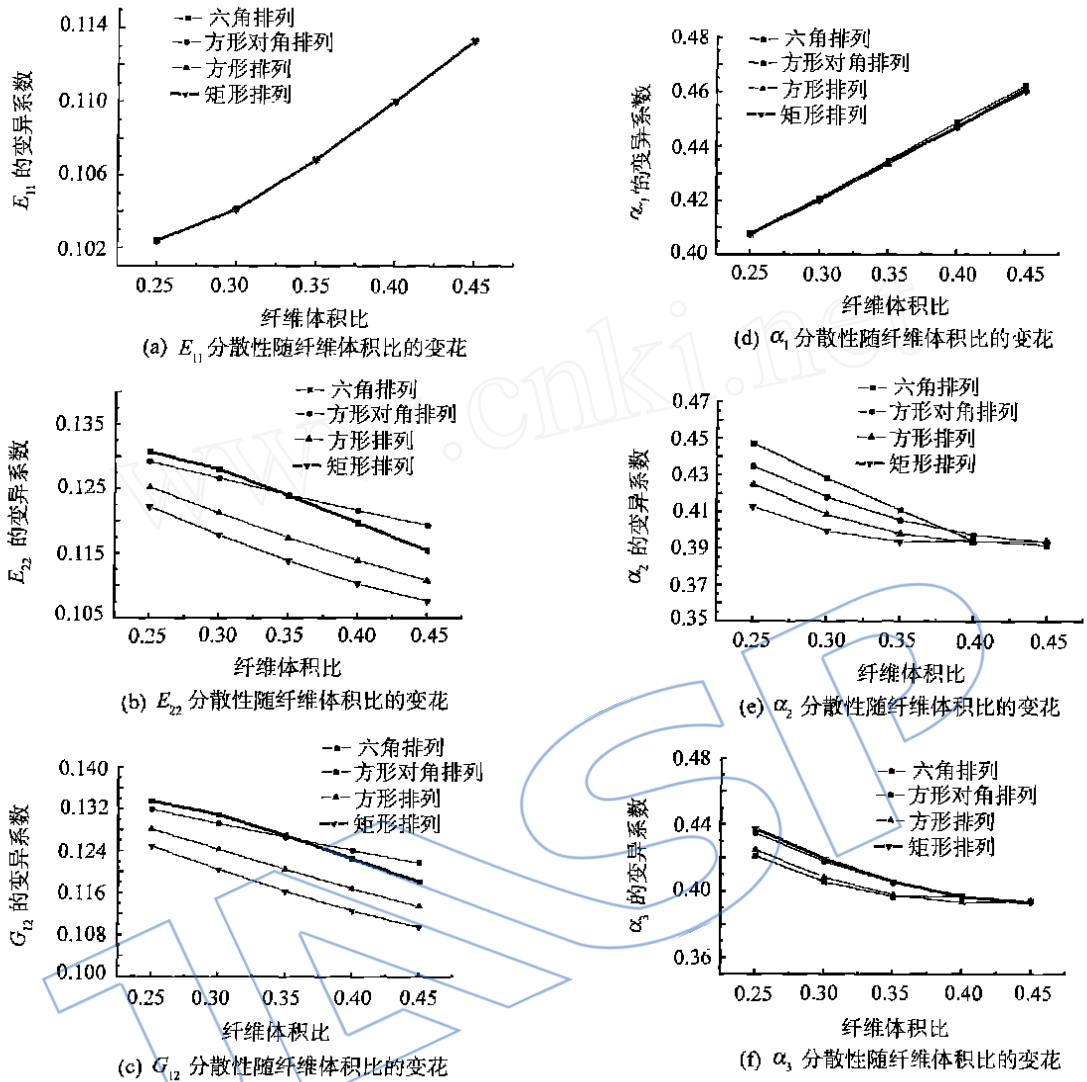


图 4 纤维排列方式对复合材料分散性的影响

Fig 4 effect of fiber arrangement on distribution of composite mechanical performance

列)。纤维截面都取方形,它们相应的RVE 模型见文献[6],计算结果见图4。

2 2 1 对 E_{11} 分散性的影响

从图4(a)可以看出,4种排列方式对纵向弹性模量的分散性没有影响。

2 2 2 对 E_{22} 及 G_{12} 分散性的影响

对横向弹性模量的分散性具有较大的影响。六角排列和方形对角排列分散性较大。在纤维体积比小于35%时,六角形排列最大,而纤维体积比大于35%时,方形对角排列最大。4种排列方式之中,矩形排列最小,方形排列居中。

纤维排列方式对 G_{12} 的分散性影响规律与对横向弹性模量 E_{22} 分散性影响规律是一致的。

2 2 3 对热膨胀系数分散性的影响

对于纵向热膨胀系数 α_1 ,4种排列方式下的分散性基本一致,其中矩形排列略大一点。对于热膨胀系数 α_2 ,在纤维体积比小于约37.5%时,分散性从大到小依次为:六角形排列>方形对角排列>方形排列>矩形排列。当大于约37.5%时,方形对角排列最大,其余3种基本相同。随纤维体积比的增大,4种排列方式下 α_2 的分散性减小,且趋近于一致。

对于热膨胀系数 α_3 ,在纤维体积比小于约35%时,分散性从大到小依次为:矩形排列>方形对角排列>方形排列>六角形排列。当大于约35%时,矩形和方形对角排列下的分散性基本一致,当大于40%时,矩形排列、方形对角排列和六角排列下的分散性基本一致。方形排列的分散性最小。但总的

来说, 差别不大。随着纤维体积比的增大, 4 种排列方式下 α_6 的分散性减小, 且趋近于一致。

2.3 微观结构对泊松比分散性的影响

从计算结果可以看出来, 虽然组分材料的泊松比为常数, 但是由于组分弹性模量的分散性使得复合材料的泊松比仍然为分布状态, 统计表明大致也为正态分布, 但是变异系数很小。如图 5 为方形纤维、体积比 30% 对角排列时泊松比 μ_{12} 的分布, 其变异系数仅为 0.009 66。

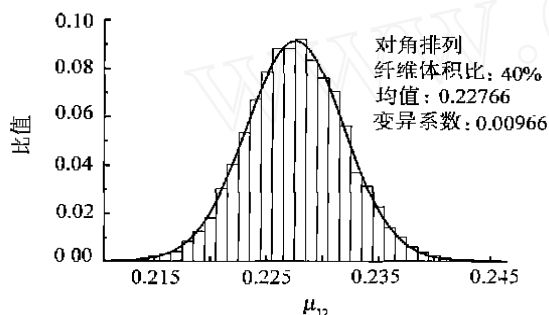


图 5 泊松比的分布

Fig. 5 distribution of Poisson ratio

2.4 复合材料性能与组分性能分散性比较

从上述计算结果中有效性能的变异系数可以看出: 复合材料的有效性能中弹性模量和热膨胀系数的分散性均小于组分的分散性。

3 结 论

(1) 复合材料的有效性能的分散性小于组分的分散性。

(2) 随着纤维体积比的增加, 纵向有效性能的分散性加大; 而横向有效性能除了椭圆形纤维的短轴方向的热膨胀系数之外, 其它性能的分散性则都是下降趋势。

(3) 纤维截面形状和排列方式对纵向性能的分散性几乎没有影响, 而对横向性能的影响则不一样。

(4) 方形和圆形纤维时, 横向性能的分散性几乎相同, 而椭圆形纤维时, 则有明显的差别。

(5) 不同纤维排列方式下, 横向性能的分散性都是不一样的。对于 E_{11} 和 G_{12} , 六角形和方形对角排列时其分散性最大, 而矩形排列引起的分散

性最小。随着纤维体积比的增加, 不同排列方式下, 横向热膨胀系数的分散性趋近于一致。

参考文献

- [1] 方岱宁, 周储伟 有限元计算细观力学对复合材料力学行为的数值分析[J] 力学进展, 1998, 28(2): 173~188
FANG Daining, ZHOU Chuwei Numerical Analysis of the Mechanics Behavior of Composites by Finite Element Micromechanics Method[J] Advances in Mechanics 1998, 28(2): 173~188
- [2] Paley M, A boudi J. Micromechanical Analysis of Composites by the Generalized Cell Model[J] Mechanics of Materials, 1992, 114: 127~139
- [3] 宋迎东, 雷友锋 通用单胞法模型预测纤维增强钛基复合材料弹性性能[A] 第十届航空发动机结构强度与振动会议论文集[C] 安徽歙县: 2000: 137~141
- [4] 雷友锋, 宋迎东, 高德平, 等 纤维增强复合材料结构的宏观-微观一体化分析方法[J] 机械科学与技术, 2001, 21(4): 618~619
LEI Youfeng, SONG Yingdong, GAO Deping, etc A Unified Method for Macroscopic and Mesoscopic Analysis of Fiber Reinforced Composite Structures[J] Mechanical Science and Technology, 2001, 21(4): 618~619
- [5] 雷友锋 纤维增强金属基复合材料宏-细观统一本构模型及应用研究[D] 南京: 南京航空航天大学博士学位论文, 2002
- [6] 雷友锋, 宋迎东, 高德平 纤维增强金属基复合材料细观几何结构对宏观弹性性能的影响[J] 宇航材料工艺, 2003, 33(1): 43~48
LEI Youfeng, SONG Yingdong, GAO Deping Influence of Micro-Structural Geometry on Elastic Properties of Fiber Reinforced Metal Matrix Composites[J] Aerospace Materials Technology, 2003, 33(1): 43~48
- [7] 宋迎东, 雷友锋, 孙志刚, 等 一种新的纤维增强细观力学模型[J] 南京航空航天大学学报, 2003, 35(4): 435~440
SONG Yingdong, LEI Youfeng, SUN Zhigang, etc A New Micro-Mechanics Model for Fibrous Composite[J] Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2003, 35(4): 435~440
- [8] 孙志刚, 宋迎东, 高希光, 等 细观结构对复合材料热膨胀系数的影响研究[J] 应用力学学报, 2004, 21(2): 146~150
SUN Zhigang, SONG Yingdong, GAO Xiguang, etc Influence of Micro Structural Geometry on Thermal Expansion Coefficient of Composites[J] Chinese Journal of Applied Mechanics, 2004, 21(2): 146~150
- [9] Marek-Jerzy Pindera Brett A. Bednarczyk An Efficient Implementation of the GMC Micromechanics Model for Multi-Phased Materials with Complex Microstructures[R] NASA - CR - 202350, 1997.